INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN
BRĂILA

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
„ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA LOCALĂ, 22.02.2015
CLASA A XII-A
PROFIL TEHNOLOGIC

1. Pe mulțimea R se defineşte legea de compoziție $x \circ y = x + y + xy, \forall x, y \in R$

a) (2p) Să se arate că legea este asociativă.

b) (2p) Fie funcția $f : R \to R$, dată prin $f(x) = x + 1$. Să se verifice relația $f(x \circ y) = f(x) \cdot f(y)$, $\forall x, y \in R$

c) (3p) Să se calculeze $(-2015) \circ (-2014) \circ \ldots \circ 2014 \circ 2015$.

2. Fie funcția $f : R \to R$, $f(x) = \begin{cases} x^2 + e^x, & x \leq 0 \\ \sqrt{x} + 1, & x > 0 \end{cases}$.

a) (3p) Demonstrați că funcția *f* admite primitive pe *R*.

b) (4p) Determinați pe mulțimea numerelor reale primitiva F a funcției *f*, cu proprietatea că $F(1) = 0$.

3. Fie funcția $f : (0, +\infty) \to R$ dată prin $f(x) = \ln x - x$. Demonstrați că orice primitivă F a funcției *f* este concavă pe $(1, +\infty)$.

4. Se consideră mulțimea $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in Z_3 \right\}$, unde Z_3 reprezintă mulțimea claselor de resturi modulo 3.

a) (2p) Să se determine numărul elementelor mulțimii *G*.

b) (3p) Să se arate că $A \cdot B \in G$ pentru orice $A, B \in G$.

c) (2p) Să se determine numărul matricelor din mulțimea *G* care au determinantul nul.

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii .
Fiecare subiect este notat de la 0 la 7.
Timp de lucru trei ore.

Subiectele au fost propuse de *prof.Ciorascu Marian, Ciuca Rodica*

Succes!